Projeto “O Cálculo além da sala de aula”: relato de uma experiência

Verônica Lopes Pereira Oliveira

Davina Flávia dos Anjos

Felipe Couto de Souza

Túlio Rodrigues de Freitas

Resumo: As experiências docentes e discentes na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral em cursos de Engenharia relatam com notoriedade a dificuldade de os alunos compreenderem os conceitos dessa disciplina. Várias vertentes justificam essa dificuldade e diversas propostas podem ser elaboradas para resolver o problema. Fundamentamo-nos na estratégia facilitadora da Teoria da Aprendizagem Significativa que consiste em relacionar o que aluno está aprendendo na escola com o seu dia a dia, interligando os conhecimentos teóricos de Cálculo aos problemas práticos das diversas áreas das ciências, implementamos o Projeto “O Cálculo além da sala de aula” com os alunos do 2º período de Engenharia Elétrica do Instituto Federal de Minas Gerais — *campus* Ipatinga. A proposta do projeto baseia-se na aplicação dos conhecimentos de Cálculo para resolver problemas nos campos de economia, finanças, biologia, ciências sociais e exatas, a fim de minimizar as dificuldades dos alunos na disciplina e se aproximar de uma aprendizagem significativa. Em razão de a carga horária presencial da disciplina ser reduzida, criamos um espaço de interação — a plataforma Moodle, por meio do qual as atividades foram realizadas. Compartilhamos, nesse trabalho, a experiência de duas atividades do projeto: uma sobre a Curva de Aprendizado, na qual os alunos relacionaram a resolução algébrica da taxa de aprendizado e sua máxima eficiência com a resolução geométrica no *software* GeoGebra; e a outra atividade de pesquisa sobre uma situação problema na qual se aplica conhecimentos de Cálculo na Engenharia. Vivenciando essas experiências, podemos concluir que as dificuldades dos alunos que participaram ativamente do projeto foram minimizadas e que os conceitos que pareciam abstratos e invisíveis na vida real foram considerados fundamentais, inclusive para a área de formação dos alunos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Teoria da Aprendizagem Significativa; Cálculo Diferencial e Integral; Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação

Introdução

Professores de Matemática e alunos de cursos de Engenharia relatam o problema da grande dificuldade de aprendizagem nos conceitos estudados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Esses alunos, em geral, não dominam os conteúdos de Álgebra, Trigonometria e Geometria do ensino básico, além de existirem dificuldades de abstração e generalização dos conceitos matemáticos. Esses problemas ainda se somam à prática docente que, seja por falta de conhecimento e/ou por escassez de tempo diante de uma ex-

OLIVEIRA, V.L.P. *et al*. Projeto “O Cálculo além da sala de aula”: relato de uma experiência. In: Linguagens, Tecnologia e Ensino, 2, 2019. Timóteo. **Atas da [...]**. Timóteo: CEFET-MG, 2019, p. 159-173. Disponível em: http://www.lite.cefetmg.br/publicacoes/atas-2a-lite. Acesso em: ...

tensa lista de conteúdos na ementa, não trabalha os conteúdos aplicados à realidade, o que pode aumentar a dificuldade de compreensão dos conceitos. Como consequência desse cenário retratado, conseguir abordar os assuntos dessa disciplina, alcançando uma aprendizagem significativa, torna-se muito difícil.

Mesmo diante desses problemas elencados, os alunos precisam de acompanhar a disciplina e com alguns entraves: tendo pouco conhecimento básico e precisando dele constantemente para a compreensão dos conteúdos de Cálculo; participando de um processo de aprender muito conteúdo e em pouco tempo; estudando os conceitos com abstração e pouca prática. Tudo isso se traduz em dificuldade de aprendizagem, baixo desempenho, queda no nível de aprofundamento da disciplina, evasão, reprovação e repetência nas diversas disciplinas de Matemática do currículo base dos cursos de Engenharia.

No nosso contexto, em virtude do grande número de tópicos a serem estudados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II no 2º período do curso de Engenharia Elétrica do IFMG — *campus* Ipatinga, da dificuldade de parte dos alunos nos conteúdos básicos de Matemática e da carga horária reduzida frente à ementa, tomamos algumas decisões: as notas de aula é disponibilizada aos alunos em p*ower point* evitando assim destinar tempo para cópia; as aulas, na maioria das vezes, se baseiam no esclarecimento de dúvidas relativas aos conhecimentos básicos de Matemática e na construção dos saberes teóricos dos conteúdos de Cálculo. E como e quando trabalhar as situações práticas que relacionarão os conteúdos estudados em sala ao mundo real? Daí, refletimos: se o nosso trabalho se limitar no tempo e no espaço da sala de aula, podemos comprometer o alcance de uma aprendizagem significativa.

Face à realidade apresentada, concatenamos com a visão de Gomes *et. al* (2005) de que não podemos mais aguardar, precisamos caminhar para uma conduta de antecipação, como a criação de um projeto, que reveja nossas atitudes, modifique algumas ações, com vistas a buscar novos caminhos para a mudança desse cenário e, logo, encontrar estratégias que tenham como objetivo minimizar esses problemas.

Para isso, propomos ir "além da sala de aula" — expressão que faz parte do nome do nosso projeto. Ir "além da sala de aula" significa ultrapassar alguns limites, tais como: do espaço físico das quatro paredes da sala; do número de aulas de encontro presencial; do dia e do horário marcado para as aulas regulares no *campus*; dos recursos didático-pedagógicos que estão mais facilmente ao nosso alcance; da teoria para a prática. E, dessa maneira, "O Cálculo além da sala de aula" visou aliar a teoria dos conteúdos estudados a situações práticas da realidade, fora do tempo e do espaço dos encontros ocorridos em sala, a fim de contribuir para a redução das dificuldades na aprendizagem e o alcance de uma aprendizagem significativa.

Como impacto do projeto, almejamos que as dificuldades dos alunos em compreender os conceitos estudados na disciplina de Cálculo fossem minimizadas; que os conceitos que teoricamente pareciam puramente abstratos e invisíveis na vida real se tornassem fundamentais para as atividades humanas; que a aprendizagem dos conteúdos de Cálculo se movesse do extremo "mecânica" e se aproximasse do polo "significativa"; e que os alunos pudessem utilizar futuramente esses conhecimentos em sua vida profissional, atuando de forma competente no mercado de trabalho.

Fundamentação teórica

Dificuldades de aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral

O campo da Educação Matemática tem como objetivo melhorar a aprendizagem da Matemática por meio de uma transformação no ensino, que se baseie na construção de conhecimentos significativos e na aquisição de competências, valores e atitudes capazes de formar um cidadão crítico, competente e dinâmico, e que saiba aplicar seus conhecimentos em seu contexto e participar ativamente da sociedade. É assumindo essa missão, que vários educadores matemáticos têm discutido acerca das dificuldades de aprendizagem em Cálculo, considerado um dos principais problemas no ensino superior de Matemática.

A grande maioria dos docentes atribui essas dificuldades de aprendizagem à "falta de base" que os alunos possuem para a realização do curso. A fim de consolidar os conhecimentos matemáticos básicos, lança-se a meta de ensinar a matemática básica necessária à realização técnica do Cálculo. Entretanto, na concepção de Rezende (2004), existem outras "ausências", específicas do Cálculo, que se tornam indispensáveis para a construção de seus conceitos e resultados. Nesse viés, o autor defende que grande parte das dificuldades de aprendizagem no ensino de Cálculo é essencialmente de natureza epistemológica, pela omissão/evitação das ideias básicas e dos problemas construtores do Cálculo no ensino de Matemática em sentido amplo. Na perspectiva cognitiva, David Tall (1976) *apud* Rezende (2004) é um dos principais pesquisadores da área do "pensamento matemático avançado", a qual trata das dificuldades de aprendizagem dos conceitos básicos do Cálculo, baseando-se na psicologia cognitiva para as suas análises epistemológicas. Justifica as dificuldades de aprendizagem em Cálculo pelo fato de os alunos não possuírem estruturas cognitivas apropriadas que permitam assimilar a complexidade dos conceitos.

Elencamos, a seguir, diferentes vertentes que justificam essa dificuldade dos alunos em Cálculo Diferencial e Integral, encontrada a nível internacional, tais como:

- Ausência de embasamento construído no Ensino Médio (ARRUDA JUNIOR *et. al,* 2012; CURY, 2003; CÔRREA *et. al*, 2005; FRESCKI e PIGATTO, 2009; NASCIMENTO *et. al*, 2001);
- Falta de hábito de estudo pelos alunos (CURY, 2003; CÔRREA *et. al*, 2005; FRESCKI e PIGATTO, 2009);
- Aspectos socioeconômicos e problemas pessoais (CÔRREA *et. al*, 2005);
- Metodologia de ensino utilizada pelo professor (ARRUDA JUNIOR *et. al,* 2012; CÔRREA *et. al*, 2005; FRESCKI e PIGATTO, 2009).

Portanto, várias propostas são elaboradas para tentar resolver o problema, cada uma delas fundamentada na causa que o justifica:

- Maior dedicação aos estudos por parte dos alunos.
- Ação para consolidar os conhecimentos básicos de Matemática, como a disciplina de Introdução ao Cálculo, um curso de nivelamento e a disponibilização de materiais para estudo (GOMES *et. al*, 2005; CURY, 2003; FRESCKI e PIGATTO, 2009; NASCIMENTO *et. al*, 2001; NASSER, 2004);
- Mudança da metodologia de ensino utilizada pelo professor, como a realização de trabalhos em grupo e o uso das novas tecnologias (ARRUDA JUNIOR *et. al,* 2012; CURY, 2003; NASSER, 2004).

Frente às vertentes que justificam a dificuldade dos alunos em Cálculo e às propostas para tentar resolver o problema, vale a pena refletir sobre algumas questões: De que maneira essas dificuldades estão interferindo no curso de Engenharia? De quem é a responsabilidade de sanar essas dificuldades? O que podemos fazer para resolvê-las? Nascimento *et. al* (2001) advogam que como a instituição admite este estudante, seja via vestibular ou outro processo, sabendo de suas reais potencialidades ou falta delas, não justifica que este mesmo estudante seja exclusivamente responsabilizado por seu eventual fracasso e, portanto, cabe à instituição implementar estratégias que venham minimizar as consequências desse fato.

Assumindo essa responsabilidade institucional, propomos um projeto de ensino cuja metodologia foque na construção de conhecimentos relativos às aplicações dos conteúdos de Cálculo, sem ter a pretensão de privilegiar a prática em detrimento da técnica e da construção de significados. Pelo contrário, acreditamos que: "Tão importante quanto saber usar as regras de derivação e as técnicas de integração, é saber os seus significados, as suas múltiplas interpretações, sua utilidade em outros campos da matemática e em outras áreas do conhecimento" (REZENDE, 2004, p. 31). Sendo assim, buscamos aliar as técnicas aos seus significados e a sistematização à construção, tendo, para isso, o auxílio de atividades de aplicação para nos aproximarmos de uma aprendizagem significativa dos conceitos do Cálculo.

A Teoria da Aprendizagem Significativa e a aplicação dos conteúdos

A Teoria da Aprendizagem Significativa — TAS, segundo a perspectiva Cognitiva Clássica, foi proposta originalmente por David Ausubel, em 1976. Partiu da ideia de como o conhecimento é construído à medida que o sujeito se situa no mundo. Essa teoria, segundo Caballero *et. al* (1997), é compatível com teorias construtivistas; no entanto, a visão mais útil dela é a visão original de Ausubel, correspondendo a um "conceito supra-teórico". A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel foi reelaborada, refinada e divulgada, por alguns estudiosos, dando origem a teorias de aprendizagem significativa cuja base é a TAS de David Ausubel.

A TAS, na perspectiva de David Ausubel, tem um potencial como sistema de referência para a organização da Educação, e seu objetivo é facilitar a aquisição de conhecimento em situação formal de ensino. Ausubel *et. al* (1980) advogam a respeito da importância de uma teoria de aprendizagem, em virtude de apresentar pontos de partida para o ensino sobre os processos psicológicos e as relações de causa e efeito, além de estudar os fatores principais que podem ser trabalhados nos processos de ensino e aprendizagem visando o sucesso para a aprendizagem do aluno.

A aprendizagem significativa é aquela em que o significado do novo conhecimento é adquirido, construído com compreensão e por meio da interação não-arbitrária e não literal desse novo conhecimento com algum conhecimento prévio relevante existente na estrutura cognitiva do aprendiz. É a aquisição de conhecimentos com compreensão e elaboração, com maior retenção, com capacidade de explicação, aplicação e transferência (MASINI e MOREIRA, 2008). A primeira condição e ponto de partida para a ocorrência da aprendizagem significativa é a existência de conhecimentos prévios relevantes. É o fator isolado mais importante e a variável que mais influencia na aprendizagem. Masini e Moreira (2001, p. 94) citam o princípio fundamental de Ausubel que baseia essa nossa argumentação: "o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Determine isso e ensine-o de acordo”.

Para facilitar a aprendizagem significativa, “não há receitas, mas há estratégias” (MASINI e MOREIRA, 2008, p. 36). Essa facilitação da aprendizagem significativa em sala de aula não é trivial. “É, pois, pelos aspectos relevantes mais estáveis de uma estrutura cognitiva que a nova aprendizagem e a retenção podem ser facilitadas” (MASINI e MOREIRA, 2001, p. 28). Segundo Ausubel *et. al* (1980), a finalidade principal do ensino é essa facilitação da aprendizagem. Nesse viés, os autores argumentam que esse ensino somente será efetivo se manipular adequadamente as variáveis psicológicas que influenciam na aprendizagem. Assim, a facilitação da aprendizagem significativa consiste em manipular os atributos da estrutura cognitiva e destinar atenção ao conteúdo.

Em nosso projeto enfatizamos a estratégia facilitadora que consiste em relacionar o que aluno está aprendendo na escola com o seu dia a dia, fazendo uma ponte entre o conhecimento científico e o mundo em que ele vive, interligando os conhecimentos teóricos de Cálculo aos problemas práticos das diversas áreas das ciências. Não se trata de supervalorizar as abordagens cotidianas em detrimento da cientificidade, mas de utilizar uma teoria educacional com aplicabilidade. Dessa maneira, buscamos minimizar as dificuldades na aprendizagem dos conteúdos de Cálculo, além de transitar de uma aprendizagem mecânica para uma aprendizagem significativa.

Baseando nosso projeto nesse recurso facilitador da aprendizagem significativa, visamos contribuir para a organização da estrutura cognitiva e para a ativação do processo de aquisição de significado, conforme advogam Masini e Moreira (2001). Nessa perspectiva, Ausubel (2003, p. 10) endossa que, quando se tenta influenciar a estrutura cognitiva de modo a utilizar as condições e os recursos que facilitem a aprendizagem significativa, “chega-se ao âmago do processo educacional”.

Metodologia

A proposta do projeto “O Cálculo além da sala de aula” visou a aplicar os conhecimentos do Cálculo Diferencial e Integral de funções de uma e várias variáveis reais para resolver problemas reais nos campos de economia, finanças, biologia, ciências sociais e exatas, a fim de minimizar as dificuldades na disciplina e se aproximar de uma aprendizagem significativa. Ademais, esse projeto pode auxiliar no futuro profissional do aluno ao propiciar que o acadêmico de Cálculo vislumbre os horizontes de seu curso com maiores ambições e poder de decisão.

O projeto foi implementado na turma do 2º período do curso de Engenharia Elétrica do IFMG — *campus* Ipatinga, com os 22 alunos matriculados inicialmente na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II, no período de um semestre, contemplando o desenvolvimento de oito atividades no espaço virtual e uma atividade final de trabalho em grupo, totalizando 35 horas. O projeto foi coordenado pela professora regente da disciplina com o auxílio de um aluno voluntário que ofereceu suporte, aos alunos participantes, no desenvolvimento das atividades. Ao iniciar o semestre, os alunos foram convidados e informados sobre a proposta do projeto, os motivos que levaram à sua elaboração e de que maneira os estudantes estariam envolvidos.

No primeiro mês de desenvolvimento do projeto, dedicamo-nos às seguintes atividades: elaboração, aplicação e consolidado de um questionário com o objetivo de traçar o perfil inicial do aluno participante e realizar uma sondagem dos conhecimentos prévios, desses sujeitos, relativos às aplicações dos conhecimentos de Cálculo no mundo real; preenchimento de uma planilha com dados pessoais e sua inscrição na plataforma de ensino à distância; divulgação dos dados relacionados ao perfil inicial dos alunos e seus conhecimentos prévios; e ministração de um minicurso sobre o desenvolvimento das atividades à distância.

Decidimos utilizar um espaço de interação permanente — a ferramenta da plataforma Moodle, como um recurso de comunicação e um espaço para a aprendizagem, o qual foi gerido pela coordenadora do projeto. A plataforma Moodle, também chamada de LMS (*Learning Management Systems*, que significa Sistemas de Gerenciamento de Aprendizagem) ou ambiente virtual de aprendizagem, é um *software* criado para servir como ferramenta de gestão de cursos à distância ou semipresenciais, além de funcionar como suporte ou complemento para cursos presenciais. Seu objetivo é ajudar os educadores a criar, com facilidade, cursos online de qualidade. Por meio das ferramentas da plataforma Moodle, nossa intenção foi de abrir canais de comunicação nos quais os alunos pudessem utilizar seu potencial linguístico e cultural, aumentar o seu espaço profissional, obter o máximo de aproximação nas atividades e diminuir a distância transacional[1] entre os participantes. A ideia foi promover a tele presença: mesmo os usuários estando fisicamente distantes uns dos outros e acessando o ambiente em dias e horários diferentes, que eles se sentissem juntos. Nesse contexto, o ambiente virtual de aprendizagem — AVA — possibilita aos alunos vivenciar diversas formas de interagir e compartilhar, em tempos e espaços não experimentados antes pela maioria, preparando-os para a realidade das próximas décadas — outro modelo educacional, com características próprias.

No segundo e terceiro mês de desenvolvimento do projeto, o ambiente virtual da plataforma Moodle foi organizado com atividades que relacionaram os conteúdos estudados em Cálculo a problemas reais nos campos de economia, finanças, biologia, ciências sociais e exatas. As informações e atividades foram disponibilizadas gradualmente aos usuários no desenvolvimento do projeto.

No projeto desenvolvemos oito atividades no espaço virtual e uma atividade final de trabalho em grupo. Nesse trabalho compartilhamos duas atividades: a primeira atividade do projeto sobre a Curva de Aprendizado, na qual os alunos relacionaram a resolução algébrica da taxa de aprendizado e sua máxima eficiência com a sua resolução geométrica no *software* GeoGebra; e a última atividade de pesquisa sobre a aplicação de conhecimentos de Cálculo na Engenharia.

Na primeira atividade, apresentamos uma aplicação do Cálculo no campo das ciências sociais e exatas, com base em conhecimentos de Psicologia. Anzanello e Fogliatto (2007) destacam que pesquisadores da área de Engenharia têm buscado a melhoria contínua dos meios produtivos e, para isso, sugerem diversas sistemáticas a fim de explicar o aprimoramento resultante da repetição de tarefas, bem como os fatores que influenciam tal progresso. A influência de fatores diversos sobre o processo de aprendizagem é representada

[1] Conceito dado por Moore (2004) à distância física e comunicativa em sala de aula. Segundo esse autor, a distância transacional dependerá do tratamento dado aos alunos, ou seja, das oportunidades oferecidas para comunicação, independente da distância física existente (KENSKI, 2007).

por modelos matemáticos que são construídos com esse objetivo. Nesse contexto, a Curva de Aprendizado é uma ferramenta que monitora o desempenho de trabalhadores quando realizam tarefas repetitivas, possibilitando diversas utilizações (ANZANELLO e FOGLIATTO, 2007).

A partir dessa contextualização, propomos o seguinte problema adaptado de Hoffmann *et. al* (2015): "Seja f(x) o número total de palavras que uma pessoa é capaz de memorizar x minutos após ser apresentado a uma longa lista de palavras. Sendo a função *y=f(x)* a curva de aprendizado e a função *y'=f'(x)* a taxa de aprendizado. O instante de máxima eficiência é aquele no qual a taxa de aprendizado é máxima. Sendo a taxa de aprendizado dada pela expressão: $f'(x) = 0{,}1(10 + 12x - 0{,}6x^2)\ para\ 0 \leq x \leq 25$, responda: a) Qual é a taxa de aprendizado no instante de máxima eficiência? b) Qual é a função f(x) que representa a Curva de Aprendizado, sendo f(0)=0? c) Qual é o maior número de palavras que o paciente consegue memorizar? d) No GeoGebra, construa os gráficos das funções y=f(x) e y'=f'(x); as retas x=a e x=c, sendo a o valor de x encontrado na letra "a" e c o valor de x encontrado na letra "c"; e os pontos (a,f'(a)) e (c,f(c)). e) Que conhecimentos de Cálculo Diferencial e Integral foram necessários para responder as questões anteriores e qual a aplicação desses conhecimentos no contexto do problema?"

Para o ápice do projeto, envolvemos a turma em um trabalho em grupo de três alunos que foi realizado por meio de reuniões presenciais, a fim de apresentar uma situação problema na qual se utiliza conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral na Engenharia. O material produzido pelo grupo foi postado na plataforma e apresentado à turma no horário da aula regular de Cálculo.

No tópico a seguir, discutimos os dados obtidos no projeto e analisamos os resultados das duas atividades compartilhadas nesse trabalho.

Resultados obtidos

A partir dos dados obtidos, por meio do questionário inicial, traçamos o perfil inicial dos alunos participantes e realizamos uma sondagem dos conhecimentos prévios, desses sujeitos, relativos às aplicações dos conhecimentos de Cálculo Diferencial e Integral no mundo real. Sobre o perfil inicial dos alunos participantes, destacamos: 68% dos alunos são homens; 68% dos discentes com idade entre 17 e 20 anos e 27% com idade entre 21 e 30 anos; no que tange à atividade profissional, a maioria deles se dedicam apenas aos estudos; e 55% dos participantes avaliaram como "boa" a sua relação com a Matemática. Investigando os conhecimentos prévios relativos às aplicações dos conhecimentos de Cálculo no mundo real, questionamos se os participantes conheciam algumas aplicações dos conteúdos estudados em Cálculo I. Sobre as aplicações do conteúdo Funções: apenas 36% dos alunos mostraram algum conhecimento, citando aplicações na economia; cálculo de trajetória de objetos, de número de placas laminadas por hora, de rendimentos, de velocidade e de bolsa de valores; crescimento de bactérias; contabilidade (lucros, juros, ...); fórmulas básicas do dia a dia, como física, matemática financeira e probabilidades; meia vida de isótopos radioativos. A respeito das aplicações do conteúdo Limites, somente 9% dos participantes registraram, citando: cálculo de temperaturas e velocidades instantâneas e continuidade. Em relação às aplicações de Derivadas, 27% dos discentes comentaram: cálculos de física como velocidade, aceleração e volume; cálculos de vazão; calcular precisão de algum equipamento; taxas relacionadas. Pelos dados apresentados, podemos concluir que realmente estudamos conteúdos de Matemática sem relacioná-los com aplicação no mundo real, o que reforça a importância do nosso projeto.

Frente a essa realidade, propomos aos alunos a primeira atividade sobre a Curva de Aprendizado. A seguir, apresentamos as resoluções de alguns participantes:

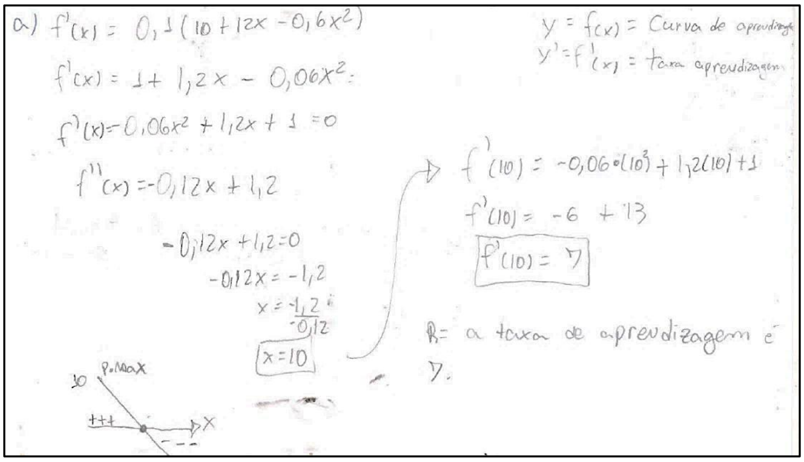


Figura 1: Resolução da letra "a" da 1ª atividade apresentada pelo aluno A

A letra "a" questiona qual é a taxa de aprendizado no instante de máxima eficiência. Como o instante de máxima eficiência é aquele no qual a taxa de aprendizado ($f'(x)$) é máxima, é necessário determinar o ponto máximo de $f'(x)$. Para isso, fez-se o estudo do sinal da primeira derivada de $f'(x)$ (taxa de aprendizado), calculando $f''(x)$. Por meio do teste da primeira derivada, assunto estudado em Cálculo I, encontra-se o valor de $x = 10$ minutos, o qual corresponde ao instante de máxima eficiência, isto é, aquele no qual a taxa de aprendizado é máxima. Sendo $x = 10$ minutos o instante de máxima eficiência, substitui-se $x = 10$ na função taxa de aprendizado $f'(x)$, a fim de determinar o número de palavras memorizadas por minuto a partir desse instante, ou seja, $f'(10) = 7$ palavras/minuto.

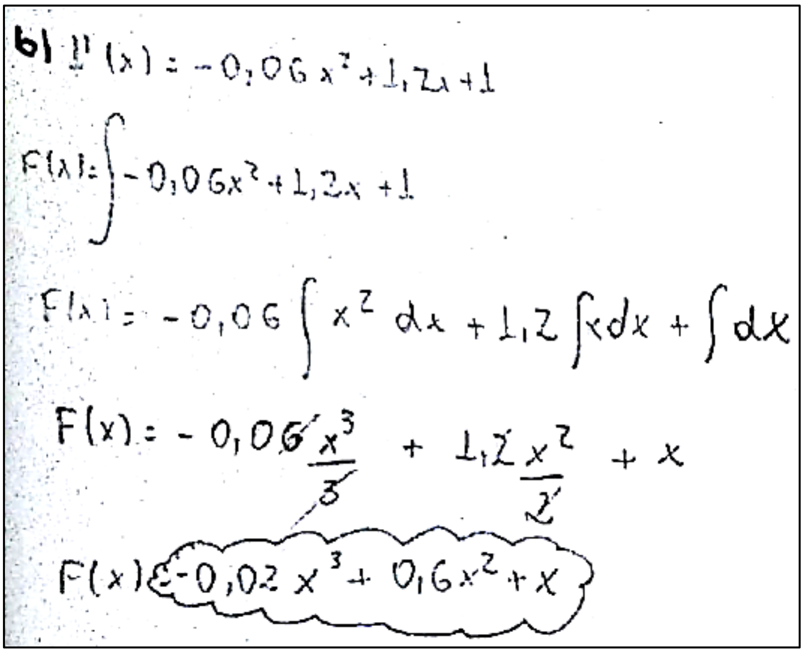


Figura 2: Resolução da letra "b" da 1ª atividade apresentada pelo aluno B

A letra “b” pergunta qual é a função f(x) que representa a curva de aprendizado, sendo f(0)=0. Como $f'(x)$ dada corresponde à taxa de aprendizado, para encontrar a curva de aprendizado f(x), faz-se a operação inversa da derivação, que é a integração: $\int f'(x)dx = f(x)$, conteúdo do Cálculo II. Dessa maneira, determina-se a curva de aprendizado f(x), a qual relaciona o número total de palavras que uma pessoa é capaz de memorizar num tempo de x minutos após ser apresentado a uma longa lista de palavras.

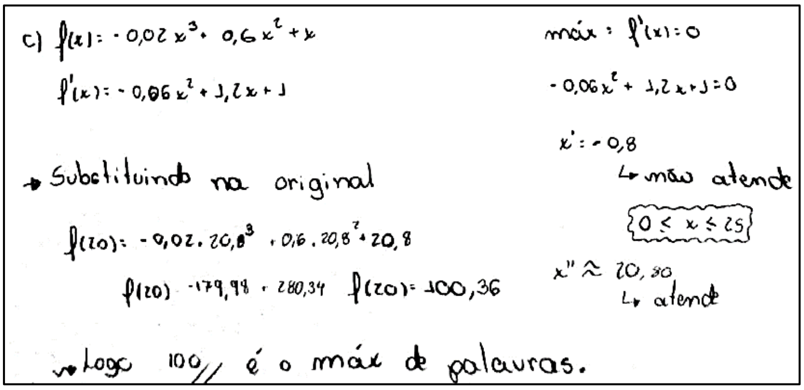


Figura 3: Resolução da letra “c” da 1ª atividade apresentada pelo aluno C

Na letra “c” deseja-se o maior número de palavras que o paciente consegue memorizar. Faz-se o teste da primeira derivada mais uma vez, agora em $f(x)$, a fim de encontrar o seu ponto máximo, isto é, o tempo x em que a pessoa memoriza o maior número de palavras $f(x)$. No tempo $x = 20{,}8$ minutos o valor de $f(x)$ é máximo. Sendo assim, $f(20{,}8) = 100$. Logo, a pessoa consegue memorizar um total de 100 palavras no intervalo de tempo de 20,8 minutos após ser apresentado a uma longa lista de palavras.

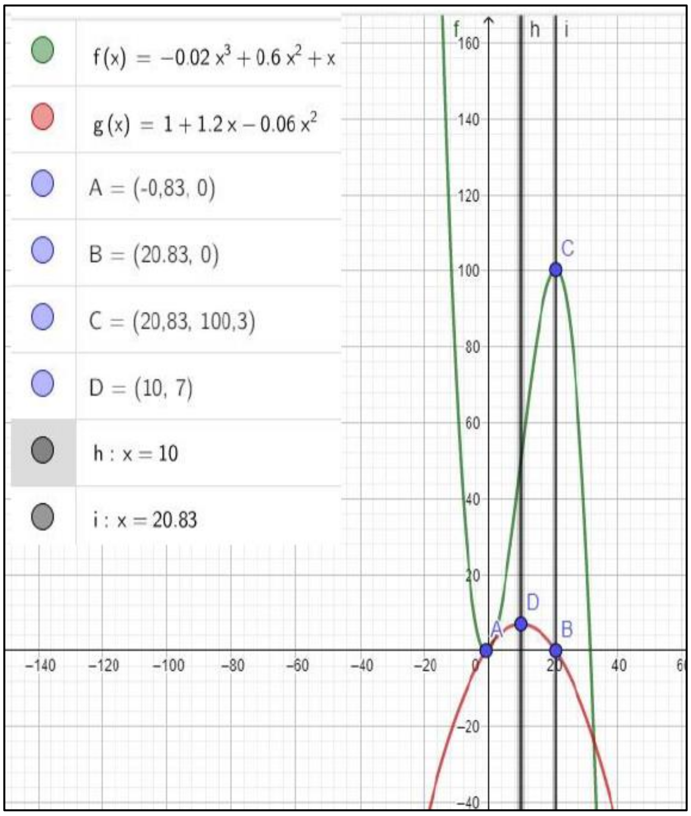
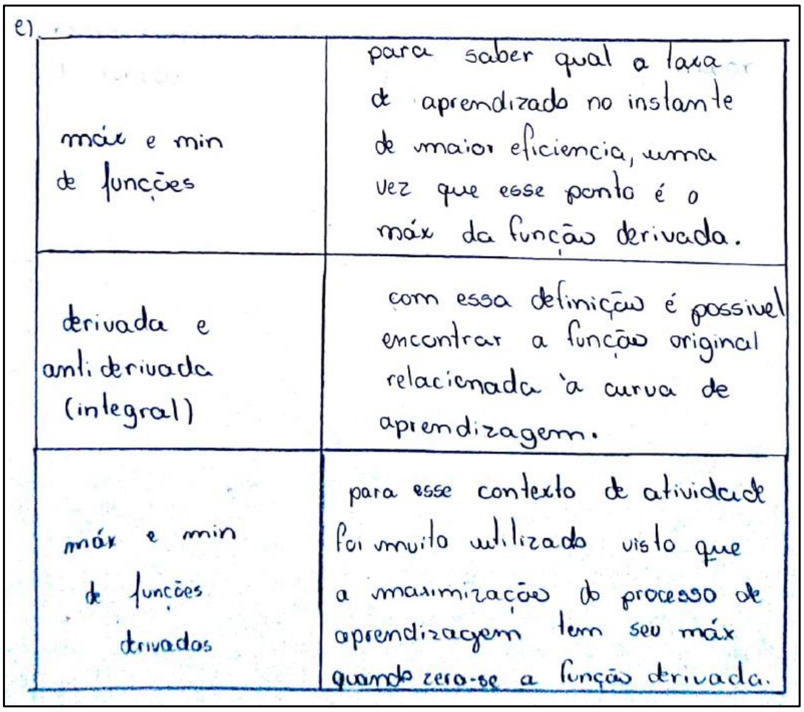


Figura 4: Resolução da letra “d” da 1ª atividade apresentada pelo aluno A

Nas letras “a” e “c”, os alunos utilizam a resolução algébrica para encontrar a taxa de aprendizado e sua máxima eficiência. Na letra “d”, relacionam a resolução algébrica das letras anteriores com a sua resolução geométrica no software GeoGebra. Constrói-se os gráficos das funções y=f(x) e y'=f'(x); as retas x=a e x=c, sendo a o valor de x encontrado na letra "a" (a=x=10 minutos) e c o valor de x encontrado na letra "c" (c=x=20,8 minutos); e os pontos (a,f’(a))=(10 min,7 palavras/minuto) e (c,f(c))=(20,8 min; 100). A curva f, de 3º grau, verde na resolução da figura 4, representa a curva de aprendizado, ou seja, o número de total de palavras que uma pessoa consegue memorizar em x minutos após ser apresentado a uma longa lista de palavras. A curva g, de 2º grau, vermelha na resolução da figura 4, representa f'(x), a primeira derivada de f, por isso um grau a menos que f, e no contexto do problema corresponde à taxa de aprendizado. As duas funções f e g=f’(x) devem ser consideradas apenas no domínio cujo intervalo de tempo é $0 \leq x \leq 25$. Geometricamente, a curva de aprendizado f é intersectada pela reta x=c=20,8 em y=100, ponto C(20,83;100,3), o que confirma o resultado encontrado algebricamente; ambos indicam, no contexto do problema, que uma pessoa consegue memorizar um total de 100 palavras no intervalo de tempo de 20,8 minutos após ser apresentado a uma longa lista de palavras. Geometricamente, a parábola g=f’(x), taxa de aprendizado, é intersectada pela reta a=x=10 em y=7, ponto D(10,7), o que confirma o resultado encontrado algebricamente; ambos indicam, no contexto do problema, que o instante de máxima eficiência x=10, isto é, aquele no qual a taxa de aprendizado é máxima, possibilita a memorização de 7 palavras/minuto. Nesse exercício, portanto, podemos perceber a relação estabelecida entre a resolução algébrica da taxa de aprendizado e sua máxima eficiência com a sua resolução geométrica.



e)

máx e min de funções	para saber qual a taxa de aprendizado no instante de maior eficiencia, uma vez que esse ponto é o máx da função derivada.
derivada e antiderivada (integral)	com essa definição é possivel encontrar a função original relacionada 'à curva de aprendizagem.
máx e min de funções drivadas	para esse contexto de atividade foi muito utilizado visto que a maximização do processo de aprendizagem tem seu máx quando zera-se a função derivada.

Figura 5: Resolução da letra “e” da 1ª atividade apresentada pela aluna C

Na letra “e”, o aluno tem a oportunidade de refletir e registrar os conhecimentos de Cálculo necessários para responder as questões anteriores e qual a sua aplicação no contexto do problema. Utilizou-se o conteúdo funções para determinar a curva de aprendizado ao relacionar o número total y=f(x) de palavras que uma pessoa é capaz de memorizar x minutos após ser apresentado a uma lista de palavras. Aplicou-se o conteúdo derivadas para expressar a taxa de aprendizado, que corresponde ao número y’=f’(x) de palavras que uma pessoa é capaz de memorizar a cada minuto após ser apresentado a uma lista de palavras; para calcular o tempo de máxima eficiência ou instante em que a pessoa consegue memorizar o maior número de palavras por minuto, isto é, instante em que a taxa de aprendizado é máxima; e para determinar o maior número de palavras que uma pessoa consegue memorizar em determinado instante. E, para finalizar, a integral foi usada para determinar a função curva de aprendizado a partir da função taxa de aprendizado.

Ao analisar essa primeira atividade tendo como fundamento a Teoria da Aprendizagem Significativa, sabe-se que a finalidade principal do ensino é facilitar a aquisição de conhecimento em situação formal de ensino, isto é, facilitar a aprendizagem. Para a resolução dessa atividade, os alunos relembraram alguns conteúdos que já haviam estudado na disciplina de Cálculo I, como funções, máximos e mínimos, e derivadas. Esses conhecimentos prévios importantes foram relacionados com o novo conhecimento que estava sendo estudado em Cálculo II: a integral. Dessa maneira, buscamos o significado do novo conhecimento por meio da interação não-arbitrária e não literal desse novo conhecimento com algum conhecimento prévio relevante existente na estrutura cognitiva do aprendiz. E todos esses saberes (funções, máximos e mínimos, derivadas e integral) foram aplicados para a resolução do problema da Curva de Aprendizado, o que evidencia a estratégia facilitadora da TAS: relacionar o que o aluno está estudando com o mundo real.

Ao trabalhar com as Tecnologias da Informação e Comunicação, utilizamos um recurso complementar que tem o objetivo de facilitar a aprendizagem com vistas à construção do conhecimento pela ação ativa do aluno e mediação do professor. Ao utilizar o GeoGebra temos a possibilidade de projetar, mais facilmente na tela do computador, algo que seria mais trabalhoso no papel, além de conseguir realizar conjecturas, análises, experimentos, simulações e validações de resultados. Concordamos com Behrens (2000) que a metodologia mais adequada na sociedade da informação é aquela que se baseia em ações diferenciadas como “aprender a aprender”, as quais possibilitam aos alunos se apropriar dos conhecimentos disponíveis e produzir conhecimentos próprios. Em vista disso, o ensino que irá preparar os alunos para viver nessa sociedade é aquele que desenvolve capacidades de raciocínio crítico, resolução de problemas, comunicação efetiva, e habilidades para acessar informação e trabalhar colaborativamente (CUNHA e TAROUCO, 2006). E é a tecnologia da informação e comunicação um dos instrumentos que suporta/auxilia a promoção dessas ações, visando tornar os processos de ensino e aprendizagem mais eficazes.

A segunda atividade compartilhada nesse trabalho é a atividade final do projeto, na qual desafiamos a turma para a pesquisa de alguma aplicação do Cálculo Diferencial e Integral na Engenharia. Apesar de a turma de alunos do 2º período de Engenharia Elétrica ter 22 alunos matriculados, apenas três alunos, coautores nesse trabalho, participaram ativamente do projeto, realizando todas as suas atividades e, esse grupo de três alunos, apresentou uma aplicação do Cálculo para a resolução de um problema na Engenharia Elétrica, área específica de formação dos estudantes.

Nesse trabalho, o grupo argumenta que, tendo como base conhecimentos mínimos sobre Engenharia, sabe-se que a segurança e a confiabilidade de um projeto são pontos essenciais para se alcançar um resultado desejável, seja ele estrutural, elétrico ou mecânico. Dentro desse viés, o uso do Cálculo Diferencial e Integral na Engenharia possui numerosas aplicações, e uma delas é aumentar a confiabilidade do projeto.

Nesse contexto, o item 5.3 da NBR5410/04 trata da Proteção Contra Sobrecorrentes, sendo obrigatório que todos os condutores sejam protegidos por um ou mais dispositivos de seccionamento automático contra sobrecarga e curto-circuito. Assim, fusíveis e disjuntores são utilizados como meio de proteção do sistema elétrico. Disjuntores mais robustos e seguros, produzidos com a mais avançada tecnologia construtiva, garantem a integridade das pessoas e das instalações quanto à ocorrência de uma falha elétrica que possa eventualmente criar um arco elétrico.

Em vista disso, devemos garantir que os condutores não sejam danificados contra uma sobrecorrente. Partindo do princípio de que os cabos são danificados quando superaquecidos, precisamos mensurar a energia máxima suportada pelo condutor para serviço contínuo até a temperatura limite de curto-circuito, e também garantir que o dispositivo atue antes que o cabo sobreaqueça. Para efeitos de verificação se tem a seguinte expressão, denominada integral de Joule do cabo (MAMEDE, 2018):

$\int_0^t i^2\, dt \ \leq k^2 \times s^2$ Onde, $\int_0^t i^2\, dt$ representa a Integral de Joule do dispositivo e $k^2 \times s^2$ representa a Integral de Joule do cabo, sendo K=115 para condutores de cobre com isolação de PVC, K=143 para condutores de cobre com isolação de EPR ou XLPE, S = seção transversal do condutor em $mm2$. Simplificando: $I^2 \times t \leq k^2 \times s^2$, onde I é a corrente de curto-circuito (A) e t é a duração do curto-circuito (s).

Portanto, a integral de Joule do cabo é obtida através da multiplicação de K, que é uma constante determinada através das propriedades químico-elétricas do material tabeladas pela NBR 5410, e S que representa a seção transversal do condutor.

Em síntese, o grupo conclui que a utilização do cálculo na Engenharia Elétrica apresenta uma contribuição ímpar, visto que os cálculos auxiliam no desenvolvimento de dispositivos de proteção elétrica, os quais impactam não só na segurança do usuário, mas também na estabilidade do seu sistema elétrico.

Finalizando, podemos inferir que, nas atividades compartilhadas, privilegiamos a construção de conhecimentos significativos a fim de que o aluno saiba aplicá-los em algum contexto de resolução de problema real, aliando as técnicas aos seus significados e a sistematização à construção. Para isso, enfatizamos a estratégia facilitadora que consiste em relacionar o que aluno está aprendendo na escola com o mundo real, fazendo uma ponte entre o conhecimento científico e o mundo em que ele vive, interligando os conhecimentos teóricos de Cálculo aos problemas práticos das diversas áreas das ciências. Não supervalorizamos as abordagens cotidianas em detrimento da cientificidade, mas utilizamos uma teoria educacional com aplicabilidade. Dessa maneira, buscamos minimizar as dificuldades na aprendizagem dos conteúdos de Cálculo, além de transitar de uma aprendizagem mecânica para uma aprendizagem significativa.

Considerações finais

Por meio desse projeto, acreditamos que conseguimos ir “além da sala de aula” , pois ultrapassamos alguns limites, tais como: ao utilizar uma plataforma de ensino à distância, extrapolamos o espaço físico das quatro paredes da sala; desenvolvemos 35 horas de atividades extraclasse, ou seja, fomos além do número de aulas de encontro presencial; cada aluno estudou de forma autônoma e ao mesmo tempo em grupo, fora do dia e do horário marcado para as aulas regulares no *campus*; e utilizamos recursos didático-pedagógicos diferenciados, como o Moodle e o GeoGebra. Tudo isso caracteriza o caminho percorrido para a resolução das atividades envolvendo aplicações do Cálculo. Dessa maneira, “O Cálculo além da sala de aula” aliou a teoria dos conteúdos a situações práticas da realidade, fora do tempo e do espaço dos encontros em sala.

Tendo como parâmetro os alunos que participaram ativamente do projeto, podemos inferir que as dificuldades discentes em compreender os conceitos estudados na disciplina de Cálculo foram minimizadas. No questionário de perfil inicial, apenas um dos três alunos relatou uma aplicação do Cálculo na realidade e, em contrapartida, no desenvolvimento do projeto, os três alunos concluíram as oito atividades com uma tabela na qual relacionaram os conhecimentos de Cálculo Diferencial e Integral que foram necessários para responder as questões à aplicação desses conhecimentos no contexto do problema. Em vista disso, deduzimos que os conceitos que teoricamente pareciam puramente abstratos e invisíveis na vida real, como diagnosticado inicialmente, se tornaram fundamentais para as atividades humanas, o que foi evidenciado nas atividades desenvolvidas no projeto.

Acreditamos também que a aprendizagem dos conteúdos de Cálculo se moveu do extremo “mecânica” e se aproximou do polo “significativa”, ao trabalhar atividades que relacionaram o conteúdo teórico às aplicações reais, manipulando a estratégia facilitadora da TAS que relaciona o conteúdo estudado a uma situação do mundo real. Destacamos a ascensão no nível de aprofundamento da disciplina e na sua “eficiência”, como a aprovação, com louvor, dos alunos participantes ativos no projeto. E, finalmente, podemos afirmar que os alunos poderão utilizar futuramente esses conhecimentos em sua vida profissional, como retratado no trabalho final do projeto, equipando-se de ferramentas para atuar de forma competente no mercado de trabalho.

Endossando nossas argumentações, compartilhamos, a seguir, o relato de experiência dos três alunos que participaram ativamente de todo o projeto:

> Foi muito importante o projeto "O Cálculo além da sala de aula" pois vimos a aplicabilidade no dia a dia, muitas vezes nós, alunos de engenharia, cursamos a matéria só para ter a nota, mas quando percebemos o quão grande é o campo de aplicação dele damos mais valor, o projeto me deu novos horizontes para o estudo do cálculo, gostei muito dele! (Aluno A)
>
> A proposta da professora Verônica em nos permitir aplicar o cálculo em áreas da engenharia elétrica através do projeto de extensão "Cálculo além da sala de aula" tornou-se de grande ajuda para a abertura de nossos olhos para a aplicabilidade do cálculo diferencial e integral que é algo que sempre vemos como apenas uma matéria difícil e totalmente abstrata, além de, claro, os pontos extras e horas complementares que ganhamos ao longo do projeto que serviu de grande estímulo. Uma experiência muito boa! (Aluna C)
>
> O projeto "O Cálculo além da sala de aula" me foi apresentado como um desafio no início do segundo semestre, era algo que excedia o que me era cobrado nas matérias regulares, ou seja, eu não seria obrigado a aceitá-lo e nem seria punido por me recusar a participar. Entretanto, recusar este tipo de desafio seria contra o meu objetivo de estar aqui, que é me tornar um engenheiro de excelência, "eu jamais conseguirei ser um excelente profissional se ficar acomodado em uma carteira assistindo aulas "pensei, então concordei em participar do projeto. Ao longo do semestre vi diversas aplicações do Cálculo em diferentes áreas e assim percebi o quanto somos cercados por estas equações que aprendemos em sala de aula. No final do projeto deveríamos formar trios e pesquisar sobre a aplicação do cálculo

em alguma área científica, era o momento de colocar minhas habilidades investigativas em prática, não queria pensar em outra área além da minha, queria muito desenvolver um trabalho sobre engenharia elétrica. Depois de muito pesquisar encontramos a Integral de Joule, que é utilizada para determinar a curva de acionamento de disjuntores e apresentamos nossos estudos para a turma. Após passar por essa experiência aprendi o que seria talvez uma das características mais importantes de um engenheiro: ser autodidata. O Engenheiro é a última instância de um problema, não devemos cruzar os braços quando enfrentamos uma situação que exija mais do que sabemos, precisamos buscar o conhecimento necessário para que o problema seja resolvido e assim nos tornamos profissionais cada vez mais capacitados. (Aluno D)

Vivenciando essas experiências, concluímos que as dificuldades dos alunos que participaram ativamente do projeto foram minimizadas e que os conceitos que pareciam abstratos e invisíveis na vida real foram considerados fundamentais, inclusive para a área de formação dos estudantes.

Referências bibliográficas

ANZANELLO, M. J.; FOGLIATTO, F. S. Curvas de aprendizado: estado da arte e perspectivas de pesquisa. *Gestão e Produção*. v. 14, n. 1, p. 109-123, jan.-abr. 2007.

ARRUDA JUNIOR, E. S.; LEÃO, L. I. F; NEVES, R. M.; SANTOS, C. J. B. M. A inserção dos estudantes de engenharia na universidade e as dificuldades de adaptação. In.: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 40., 2012, Belém. *Anais...* Belém: UFPA, 2012.

AUSUBEL, D.P. Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Editora Plátano, 2003.

AUSUBEL, D.P.; HANESIAN, H.; NOVAK, J.D. *Psicologia Educacional*. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

BEHRENS, M.A. Projetos de aprendizagem colaborativa num paradigma emergente. In.: BEHRENS, M.A.; MASETTO, M.T.; MORAN, J.M. *Novas tecnologias e mediação pedagógica.* São Paulo: Papirus, 2000. p. 67-112.

CABALLERO, M.C.; RODRIGUEZ, M.L.; MOREIRA, M.A. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. In.: *ACTAS DEL ENCUENTRO INTERNACIONAL SOBRE EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO*. Burgos, España, 1997. p. 19-44.

CURY, H. N. Análise de erros em Cálculo Diferencial e Integral: resultados de investigações em cursos de engenharia. In.: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 31.,2003, Rio de Janeiro. *Anais...* Rio de Janeiro, 2003.

CORRÊA, M. V.; LIMA, M. L.; SILVA, V. C.; TAKAHASHI, R. H. C. A reprovação no curso de engenharia elétrica do UNILESTE-MG: uma investigação baseada na visão dos alunos. In.: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA 33., 2005, Campina Grande. *Anais...* Campina Grande, 2005.

CUNHA, S.L.S.; TAROUCO, L.M.R. Aplicação de teorias cognitivas ao projeto de objetos de aprendizagem. *Novas Tecnologias na Educação*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, v. 4, n. 2, dezembro 2006. Acesso em: jun. 2011.

GOMES, G. H.; LOPES, C. M. C.; NIETO, S. S. Cálculo zero: uma experiência pedagógica com calouros nos cursos de engenharia. In.: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 33., 2005, Campina Grande. *Anais*... Campina Grande, 2005.

FRESCKI, F. B.; PIGATTO, P. Dificuldades na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral na Educação Tecnológica: proposta de um Curso de Nivelamento. In.: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1., 2009, Paraná. *Anais*... Paraná: UTFPR, 2009.

HOFFMANN, L. D.; BRADLEY, G. L.; SOBECKI, DAVE.; PRICE, MICHAEL, P. Cálculo: um curso moderno e suas aplicações. 11. ed. 2015.

KENSKI, V.M. Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação. São Paulo: Papirus, 2007.

MAMEDE, F. J. *Instalações elétricas industriais*. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2018.

MASINI, E.F.S.; MOREIRA, M.A. Aprendizagem Significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. 1. ed. São Paulo: Vetor, 2008.

________. *Aprendizagem Significativa*: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro Editora, 2001.

NASCIMENTO, C.; RIOS, J. R. T.; SANTOS, A. P. Evasão e retenção no ciclo básico dos cursos de Engenharia da Escola de Minas da UFOP. In.: *Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia*, 29., 2001, Porto Alegre. *Anais*... Porto Alegre: PUCRS, 2001.

NASSER, L. Educação Matemática no Ensino Superior. In.: *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 8., 2004, Pernambuco. *Anais*... Pernambuco: UFPE, 2004.

REZENDE, W. M. O Ensino de Cálculo: um problema do Ensino Superior de Matemática? In.: *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 8., 2004, Pernambuco. *Anais*... Pernambuco: UFPE, 2004.